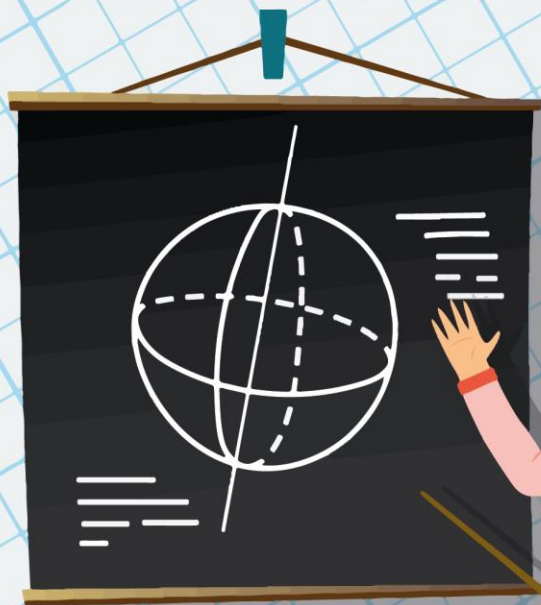


ریاضی دهم

مؤطه دوم

(نمونه سؤالات حل شده)



(تمامی حقوق متعلق به مجتمع
آموزشی و پژوهشی ثمین می باشد.)

فصل اول : مجموعه، الگو و دنباله

درس دوم: متمم یک مجموعه

۱- متناهی یا نامتناهی بودن مجموعه زیر را مشخص کنید.

اعداد اول کوچکتر از ۲۰

مجموعه اعداد گویا بین ۲,۰

مجموعه اعداد صحیح بین ۲,۰

پاسخ:

اعداد اول کوچکتر از ۲۰

متناهی $\rightarrow \{2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19\}$

مجموعه اعداد گویا بین ۲,۰

بی نهایت اعداد گویا بین ۰ و ۲ قرار دارد پس مجموعه نامتناهی است .

مجموعه اعداد صحیح بین ۲,۰

متناهی $\rightarrow \{1\}$

۲- درستی یا نادرستی عبارت زیر را بیان کنید.

اگر A, B متناهی باشند آنگاه $A \cap B$ نیز متناهی است.

اگر A متناهی باشد و B نامتناهی باشد $A \cup B$ نیز متناهی است.

بین عدد $0, 1$ بی شمار اعداد گویا وجود دارد.

پاسخ:

اگر A متناهی باشد آنگاه :

$$A = \{a_1, a_2, \dots, a_t, \dots, a_m\}$$

اگر B متناهی باشد آنگاه :

$$B = \{a_1, a_2, \dots, a_t, \dots, a_n\}$$

آنگاه $A \cap B$ متناهی است و به صورت زیر است .

$$A \cap B = \{a_1, a_2, \dots, a_t\}$$

پس عبارت درست است .

اگر A متناهی باشد آنگاه :

$$A = \{a_1, a_2, \dots, a_m\}$$

اگر B نامتناهی باشد آنگاه :

$$B = \{b_1, b_2, \dots\}$$

آنگاه $A \cup B$ نامتناهی است و به صورت زیر است .

$$A \cup B = \{a_1, a_2, \dots, a_m, b_1, b_2, \dots\}$$

پس عبارت نادرست است .

بین عدد 0 , 1 بی شمار اعداد گویا وجود دارد.

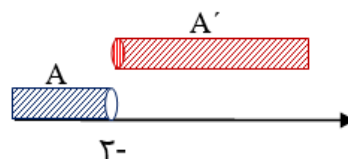
عبارت بالا درست است.

۳- اگر $A = (-\infty, -2)$ باشد متمم آن را نمایش دهید .

پاسخ :

$$A' = u - A$$

$$A' = (-\infty, \infty) - (-\infty, -2) = [-2, +\infty)$$



۴- اگر A, B, C به صورت زیر باشد حاصل $((A \cap B) \cap C), (A - B) \cup C, (A \cap B)'$ را به دست آورید.

$$U = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$$

$$A = \{2, 3, 5, 7\}$$

$$B = \{2, 4, 6, 7, 8\}$$

$$C = \{2, 3, 5, 9\}$$

پاسخ:

$$((A \cap B) \cap C)$$

$$(A \cap B) = \{2, 7\}$$

$$(A \cap B) \cap C = \{2, 7\} \cap \{2, 3, 5, 9\} = \{2\}$$

$$(A - B) \cup C$$

$$A - B = \{2, 3, 5, 7\} - \{2, 4, 6, 7, 8\} = \{3, 5\}$$

$$(A - B) \cup C = \{3, 5\} \cup \{2, 3, 5, 9\} = \{2, 3, 5, 9\}$$

$$(A \cap B)'$$

$$U - (A \cap B) = \{0, 1, 3, 4, 5, 6, 8, 9\}$$

۵- عبارت زیر را ساده کنید.

$$((A \cup B) \cap A') \cup B'$$

پاسخ:

$$((A \cap A') \cup (B \cap A')) \cup B'$$

$$(\emptyset \cup (B \cap A')) \cup B' = (B \cap A') \cup B'$$

$$= (B \cup B') \cap (A' \cup B') = (U) \cap (A' \cup B') = (A' \cup B')$$

۶- اگر از بین ۱۰۰ دانشجو، ۵۵ نفر درس معادلات و ۵۰ نفر درس فیزیک برداشته باشند و ۷۰ نفر حداقل یکی از این دو درس را برداشته باشند.

الف) چند نفر هر دو درس را برداشته اند؟

ب) چند نفر فقط معادلات برداشته اند؟

پاسخ:

الف)

A = تعداد انتخاب درس معادلات

B = تعداد انتخاب درس فیزیک

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

$$70 = 55 + 50 - n(A \cap B) \rightarrow n(A \cap B) = 35$$

ب)

$$n(A - B) = n(A) - n(A \cap B) = 55 - 35 = 20$$

۷- اگر $n(A) + n(B) = ۳n(A \cap B)$ باشد حاصل $\frac{n(A \cap B)}{n(A \cup B)}$ را بیابید.

پاسخ:

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

$$n(A \cup B) = ۳n(A \cap B) - n(A \cap B) = ۲n(A \cap B)$$

$$\frac{n(A \cap B)}{n(A \cup B)} = \frac{n(A \cap B)}{۲n(A \cap B)} = \frac{۱}{۲}$$

۸- اگر A, B زیرمجموعه U باشند و مقادیر زیر را داشته باشیم؛ حاصل $n(A' \cup B'), n(A \cap B'), n(A')$ را بیابید.

$$n(A) = ۲۰, n(B) = ۲۵, n(A \cap B) = ۱۰, n(U) = ۵۰.$$

پاسخ:

$$n(A') = n(u) - n(A)$$

$$n(A') = ۵۰ - ۲۰ = ۳۰.$$

$$n(A \cap B') = n(A) - n(A \cap B)$$

$$n(A \cap B') = ۲۰ - ۱۰ = ۱۰.$$

$$n(A' \cup B') = n(A \cap B)' = n(u) - n(A \cap B)$$

$$n(A' \cup B') = ۵۰ - ۱۰ = ۴۰.$$

۹- متمم مجموعه A را نسبت به مجموعه های زیر بنویسید.

$$U = \{-3, \dots, 8\} \text{ و } A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$$

$$U = [-2, +\infty) \text{ و } A = \{0, 2, 4, 5\}$$

$$U = [-2, +\infty) \text{ و } A = (3, +\infty)$$

پاسخ:

$$U = \{-3, \dots, 8\} \text{ و } A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$$

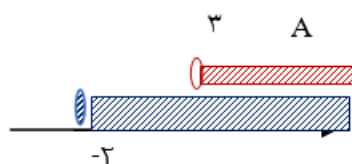
$$U-A = \{\underline{-3}, \underline{-2}, -1, 0, 6, 7, 8\}$$

$$U = [-2, +\infty) \text{ و } A = \{0, 2, 4, 5\}$$

$$U-A =$$

$$U = [-2, +\infty) \text{ و } A = (3, +\infty)$$

$$U-A = [-2, 3]$$



۱۰- در یک کلاس ۴۲ نفری ۱۵ نفر عضو گروه آزمایشگاهی و ۱۲ نفر عضو گروه فوتبال و ۷ نفر عضو هر دو گروه هستند. چند نفر عضو هیچکدام نیستند؟

پاسخ:

$$n(A \cap B) = 7$$

$$n(A) = 15$$

$$n(B) = 12$$

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B) = 12 + 15 - 7 = 20 \rightarrow 42 - 20 = 22$$

۱۱- در یک کلاس ۳۹ نفری ۱۶ نفر در گروه ورزش و ۱۲ نفر در گروه روزنامه دیواری و ۹ نفر فقط در گروه ورزش هستند. چند نفر در هیچ یک از این دو گروه نیستند؟

پاسخ:

$$n(A \cap B) = 16 - 9 = 7$$

$$n(A) = 12$$

$$n(B) = 16$$

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B) = 12 + 16 - 7 = 21 \rightarrow 39 - 21 = 18$$

۱۲- مشخص کنید هر مجموعه متناهی ست یا نامتناهی؟

(الف) مجموعه اعداد اول سه رقمی

(ب) مجموعه مقسوم علیه عدد ۲۰۰

(ج) اعداد گویا مثبت

(د) اعداد گویا بین یک و دو

(ه) مجموعه همه دایره ها به مرکز عدد یک

(و) اعداد طبیعی منفی

پاسخ:

الف) متناهی

ب) متناهی

ج) نامتناهی

د) نامتناهی

ه) نامتناهی

و) متناهی ($\emptyset$)

۱۳- درستی یا نادرستی عبارت های زیر را مشخص کنید.

(الف) اشتراک دو مجموعه نامتناهی غیر یکسان نامتناهی ست.

(ب) اگر $A-B$ نامتناهی باشد B نامتناهی ست.

(ج) اگر $A-B$ نامتناهی باشد A نامتناهی ست.

(د) اگر $A-B$ نامتناهی باشد و A نامتناهی باشد B حتما متناهی ست.

(ه) اگر همه اعضا B عضو مجموعه A و B نامتناهی باشد آنگاه A هم نامتناهی ست.

پاسخ:

(الف) نادرست مثال نقض: $A = \{\dots, -1, 0\}, B = \{0, 1, \dots\}$

(ب) نادرست. می تواند متناهی یا نامتناهی باشد.

(ج) درست

(د) نادرست مثال نقض: $A = \{\dots, -1, 0\}, B = \{0, 1, \dots\}$

(ه) درست

۱۴- با توجه به شرایط خواسته شده مثال بزنید.

A و B نامتناهی و A-B نامتناهی و B-A متناهی.

پاسخ:

$$A = \{\dots, -1, 0, 1, \dots\}, B = \{0, 1, 2, 3, \dots\}$$

۱۵- متمم هر یک از مجموعه های N و W و Z و Q را بصورت بازه بنویسید. (U=R)

پاسخ:

$$\dot{N} = (-\infty, 0] \cup (0, 1) \cup \dots$$

$$\dot{W} = (-\infty, -1] \cup (-1, 0) \cup (0, 1) \cup \dots$$

$$\dot{Z} = \dots \cup (-2, -1) \cup (-1, 0) \cup (0, 1) \cup \dots$$

$$\dot{Q} = R - Q = \dot{Q}$$

۱۶- فرض کنید $U = [-2, 2]$ متهم مجموعه های $A = (-2, 2)$, $B = [-1, 1]$, $C = [0, 2)$ را بدست آورید.

پاسخ:

$$\bar{A} = \{-2\} \cup \{2\}$$

$$\bar{B} = [-2, -1) \cup (1, 2]$$

$$\bar{C} = [-2, 0) \cup \{2\}$$

۱۷- اگر U مجموعه مرجع باشد و $n(A) = 30$ و $n(B) = 40$ و $n(U) = 100$ باشد و

$$n(A \cap B) = 20$$
 بدست آورید:

$$n(A \cup B) \text{ (الف)}$$

$$n(A \cap \bar{B}) \text{ (ب)}$$

پاسخ:

(الف)

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B) = 30 + 40 - 20 = 50.$$

(ب)

$$n(A \cap \bar{B}) = n(A - B) = n(A) - n(A \cap B) = 30 - 20 = 10.$$