



ریاضی هفتم

منوچه اول

(نکات و خلاصه درس)



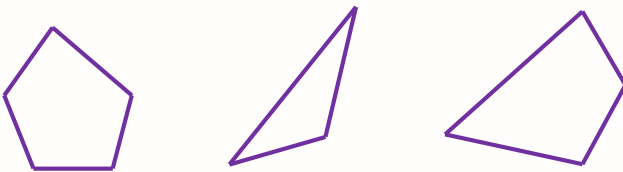
(تمامی حقوق متعلق به مجتمع
آموزشی و پژوهشی تبیین می باشد.)



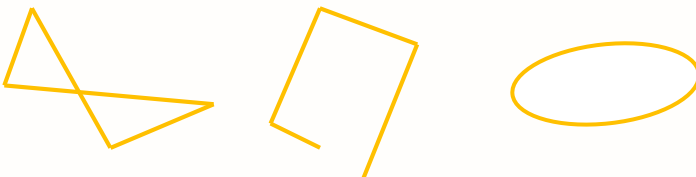
فصل سوم - چند ضلعی ها

چند ضلعی ها و تقارن

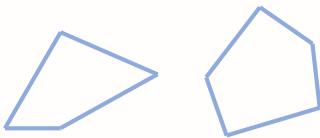
تعریف: به هر خط شکسته ی بسته، چند ضلعی گفته می شود به شرط آن که ضلع ها یک دیگر را قطع نکنند، مگر در رأسها که دو ضلع به هم می رسند.



شکل های بالا چند ضلعی هستند ولی شکل های زیر چند ضلعی نیستند.



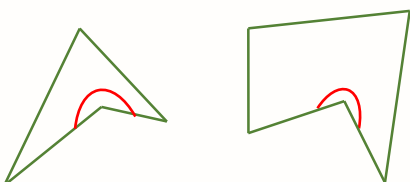
۱. چند ضلعی محدّب (کوژ): به چند ضلعی که زاویه های آن کوچک تر از 180° درجه



باشد، چند ضلعی محدّب (کوژ) می گویند.

۲. چند ضلعی مقعر (کاو): به چند ضلعی که دست کم یک زاویه ی آن بزرگ تر از 180°

باشد، چند ضلعی مقعر (کاو) گفته می شود.

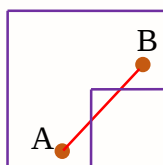


نکته

۱. اگر هر ضلع چندضلعی را ادامه دهیم و تمام شکل در یک طرف خط به وجود آمده قرار گیرد، چندضلعی محدب است، در غیر این صورت مقعر می باشد.



۲. اگر هر پاره خطی که دو نقطه داخل یک چندضلعی را به هم متصل می کند، کاملاً داخل چند ضلعی قرار گیرد، چندضلعی محدب است و در غیر این صورت مقعر است.



مقعر

تعریف: اگر در یک چند ضلعی همه ضلع ها با هم و همه زاویه ها با هم مساوی باشند، می گوئیم آن **چند ضلعی منتظم** است.

نکته

۱. در شکل های منتظم هر چه تعداد ضلع ها بیش تر باشد، اندازه زاویه ها بزرگتر می شود.
۲. در شکل های منتظم هر چه تعداد ضلع ها بیش تر باشد، شکل بیشتر شبیه دایره می شود.

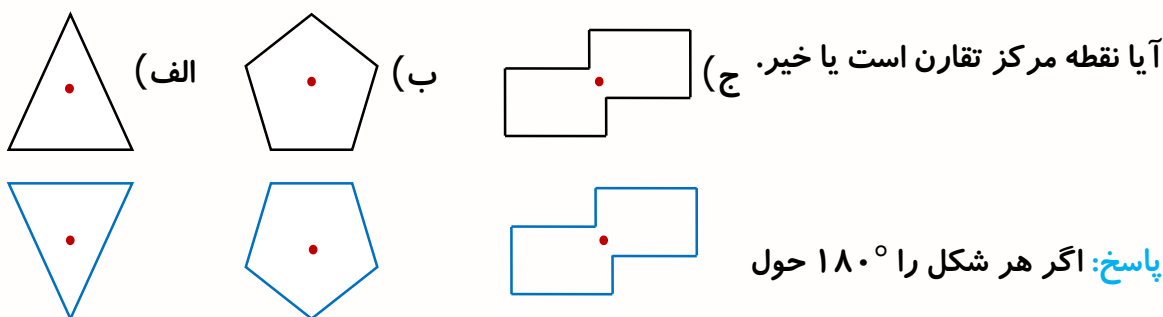
تعریف: اگر شکلی را حول یک نقطه 180° درجه دوران دهیم و نتیجه دوران روی خودش

منطبق شود، می گوئیم شکل مرکز تقارن دارد و نقطه مورد نظر، مرکز تقارن

شکل است.

مثال

هر یک از شکل های زیر را 180° حول نقطه مشخص شده دوران دهید و مشخص کنید



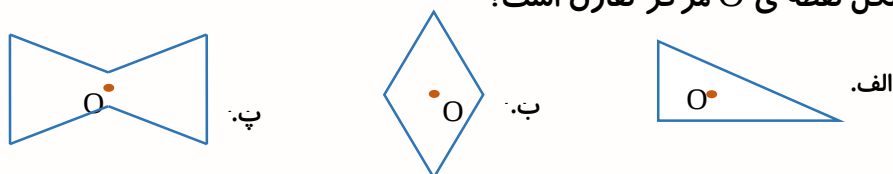
نقطه مشخص شده دوران دهیم، شکل های مقابل به دست می آید.

با توجه به اینکه فقط در شکل (ج)، شکل دوباره روی خودش قرار می گیرد، پس فقط در

این شکل، نقطه داده شده مرکز تقارن است.

مثال

در کدام شکل نقطه ی O مرکز تقارن است؟

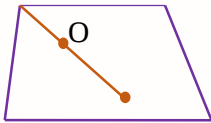


پاسخ: در شکل های (ب) و (پ) نقطه ی O مرکز تقارن است، زیرا اگر شکل را حول نقطه

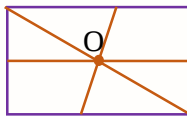
ی O دوران 180° درجه دهیم، شکل بر خودش منطبق می شود.

نکته

اگر نقطه O مرکز تقارن شکل باشد، اگر قرینه ی هر نقطه از شکل را نسبت به این نقطه به دست آوریم نقطه ای از خود شکل به دست می آید. به عنوان نمونه به شکل های زیر دقت کنید.



O مرکز تقارن نیست.



O مرکز تقارن است.

روش دیگر برای تعیین مرکز تقارن

با توجه به نکته اخیر روش دیگر برای تشخیص اینکه یک نقطه مرکز تقارن شکل هست یا خیر، این است که تعدادی نقطه را روی شکل مشخص و قرینه آنها را نسبت به نقطه داده شده، رسم می کنیم. اگر قرینه نقطه باز هم روی شکل قرار گرفت، آن نقطه، مرکز تقارن شکل است.

تذکر: بهتر است نقاطی که انتخاب می کنیم، فقط روی راس ها نباشند و برخی هم روی ضلع ها باشند.

مثال: در هر شکل، تعیین کنید که نقطه ی وسط شکل، مرکز تقارن شکل هست یا خیر.



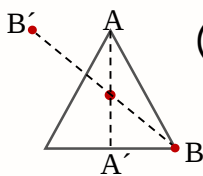
(الف)



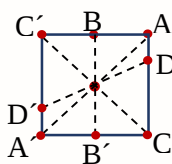
(ب)



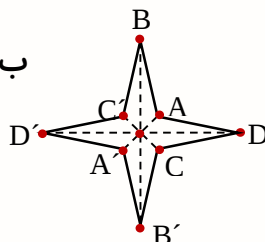
(ج)



(الف)



(ب)



(ج)

در شکل (ب) و (ج) مرکز تقارن است و در شکل (الف) مرکز تقارن نیست.

نکته

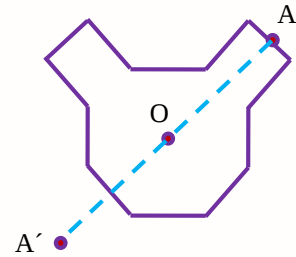
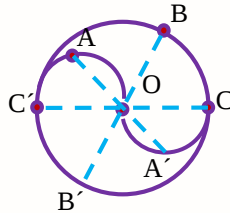
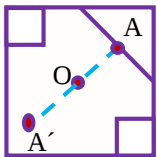
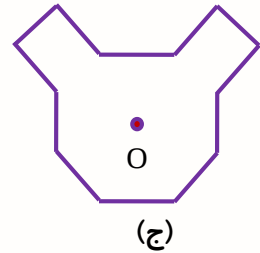
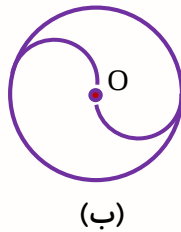
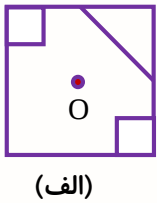
چندضلعی های منتظمی که تعداد ضلع های آن زوج باشند، مرکز تقارن دارند و چندضلعی

های منتظمی که تعداد ضلع های آن فرد باشد، مرکز تقارن ندارند.



مثال

در کدام شکل، O مرکز تقارن است؟



فقط در شکل (ب)، O مرکز تقارن است.

تعریف: خطی که شکل را به دو قسمت قرینه تقسیم کند به طوری که اگر شکل را روی

خط تقارن تا کنیم دو قسمت بر هم منطبق شوند، خط تقارن نام دارد.

خط تقارن

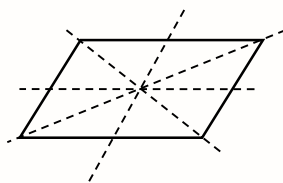
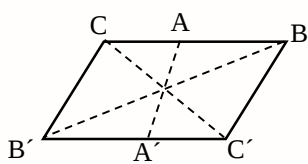
خط تقارن

خط تقارن

مکینه

۱) یک شکل ممکن است مرکز تقارن نداشته باشد، اما محور تقارن داشته باشد؛ مثل مثلث متساوی الساقین، (قبلاً دیدیم که مثلث مرکز تقارن ندارد).

۲) یک شکل ممکن است مرکز تقارن داشته باشد، اما محور تقارن نداشته باشد؛ مثل



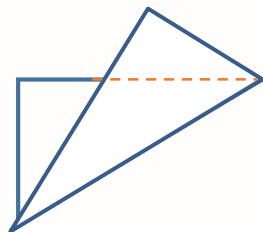
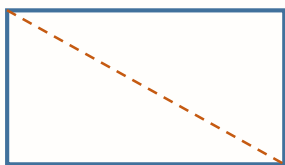
متوازی الاضلاع.

(اگر متوازی الاضلاع را از روی هر کدام از خط چین ها تا بزنیم، دو قسمت روی هم قرار نمی گیرند، زیرا هیچ محور تقارنی برای آن وجود ندارد).

مثال

آیا در مستطیل، قطرها محور تقارن هستند؟

پاسخ: خیر، اگر یک مستطیل را از روی قطر آن تا بزنیم، قسمت ها روی هم قرار نمی



گیرند.

توجه: جدول زیر را با دقت مطالعه کنید.

نام چند ضلعی	مثلث متساوی الساقین	مثلث متساوی الاضلاع	مربع	مستطیل	لوزی	متوازی الاضلاع	دوزنقه متساوی الساقین	پنج ضلعی منتظم	شش ضلعی منتظم	دایره
مرکز تقارن	ندارد	ندارد	دارد	دارد	دارد	دارد	ندارد	ندارد	دارد	دارد
محور تقارن	۱	۳	۴	۲	۲	ندارد	۱	۵	۶	بی شمار

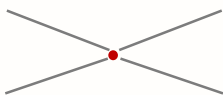
توازی و تعامد

وضعیت های دو خط در صفحه

اگر روی یک صفحه، دو خطّ راست رسم کنیم، یکی از سه حالت زیر پیش می آید:

(۱) دو خط هم دیگر را قطع کنند (مقاطع): در این حالت، دو خط در یک نقطه با هم

مشترک هستند.



(۲) دو خط موازی باشند: در این حالت، فاصله ی دو خط همیشه ثابت است و دو خط

هیچ نقطه ی مشترکی ندارند.



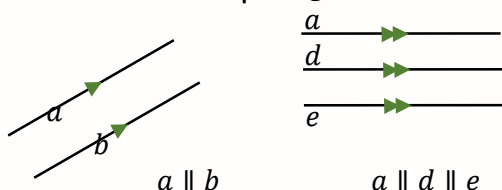
۳) دو خط بر هم منطبق باشند: در این حالت، دو خط بی شمار نقطه مشترک دارند؛ این

دو خط در واقع یک خط هستند.

توجه:

۱) برای این که نشان دهیم دو خط با هم موازی هستند، روی آن ها علامت های یکسان

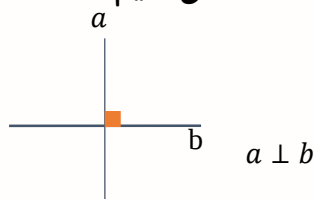
«>» یا «>>» یا «>>>» قرار می دهیم یا از علامت $\parallel$ استفاده می کنیم.



۲) هر گاه بخواهیم بگوییم دو خط با هم موازی نیستند، از علامت $\nparallel$ استفاده می کنیم؛

مثلاً اگر بخواهیم بگوییم دو خط a و b موازی نیستند، می نویسیم $a \nparallel b$

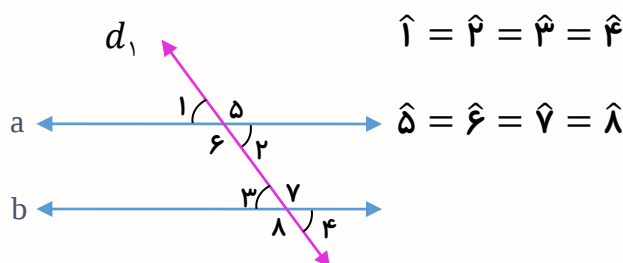
۳) برای این که نشان دهیم دو خط بر هم عمود هستند، از علامت $\perp$ استفاده می کنیم.



قضیه خطوط موازی و مورب: اگر خطی مانند d_1 ، خطوط a و b را مانند شکل با زاویه های

مساوی قطع کرده باشد، خط های a و b با هم موازی اند و برعکس هر خطی که دو خط

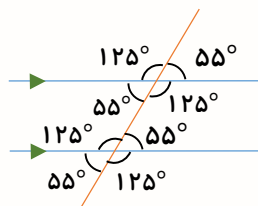
موازی را قطع کند، با آنها زاویه های مساوی می سازد. به خط d_1 خط مورب می گویند.



یک‌بیه

هنگامی که یک خط مورب، دو یا چند خط موازی را قطع می کند، هر زاویه ی تند و باز

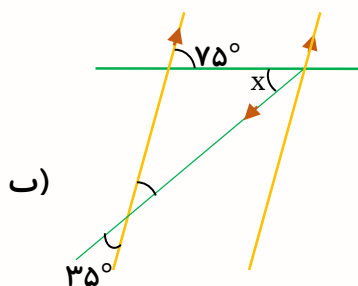
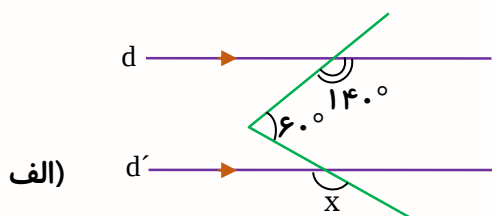
ایجاد شده با هم **مکمل** هستند؛ مانند:



$$55^\circ + 125^\circ = 180^\circ$$

مثال

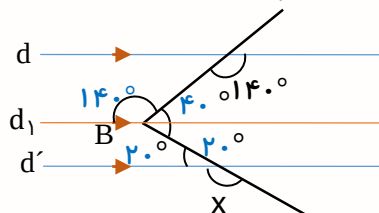
در شکل های زیر مقادیرهای خواسته شده را به دست آورید.



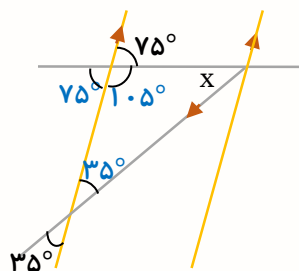
پاسخ:

الف) d_1 را موازی d و d' را از نقطه B رسم می کنیم. پس طبق شکل داریم:

$$\hat{x} = 180^\circ - 20^\circ = 160^\circ$$



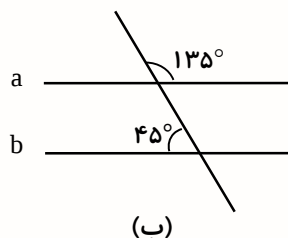
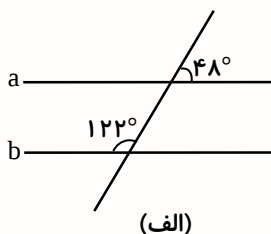
ب)



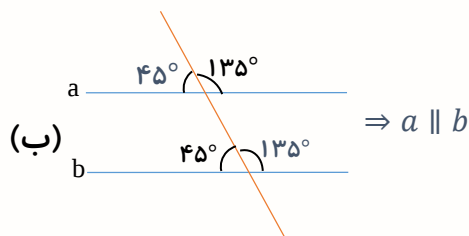
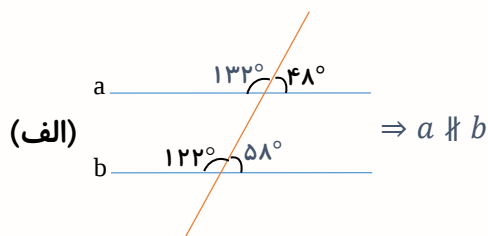
$$\hat{x} = 180^\circ - (105^\circ + 35^\circ) = 40^\circ$$

مثال

در هر قسمت، مشخص کنید آیا دو خط a و b با هم موازی اند یا خیر.



پاسخ: در هر شکل، اندازه ی سایر زاویه ها را می نویسیم



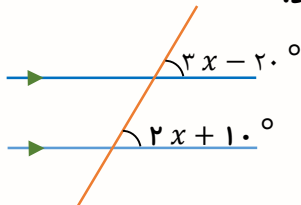
مشاهده می کنیم که در شکل (الف) زاویه های تند و باز با هم مساوی نیستند، ولی در

شکل (ب) زاویه های تند با هم مساوی اند، بنابراین در شکل (الف) دو خط موازی نیستند

و در شکل (ب) دو خط موازی اند.

تمرین ها

در شکل مقابل، با توجه به خطوط موازی، مقدار x را محاسبه کنید.



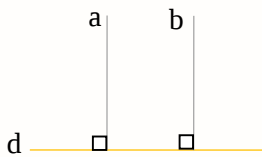
پاسخ:

$$\Rightarrow x = 30^\circ \Rightarrow 3x - 20^\circ = 2x + 10^\circ \Rightarrow 3x - 2x = 10^\circ + 20^\circ$$

نکات مهم در خطوط موازی:

(۱) اگر دو خط بر یک خط عمود باشند، می‌توان نتیجه گرفت که آن دو خط با هم موازی

هستند. در شکل روبرو خطوط a و b بر خط d عمود هستند، پس نتیجه می‌گیریم خطوط



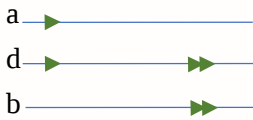
a و b با هم موازی اند.

$$\left. \begin{array}{l} a \perp d \\ b \perp d \end{array} \right\} \Rightarrow a \parallel b$$

(۲) اگر دو خط با یک خط موازی باشند، پس حتماً آن دو خط با یکدیگر موازی هستند.

در شکل زیر، a با d موازی است و b با d موازی است، پس نتیجه می‌گیریم a و b

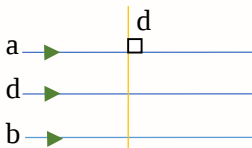
نیز با هم موازی اند.



$$\left. \begin{array}{l} a \parallel d \\ b \parallel d \end{array} \right\} \Rightarrow a \parallel b$$

(۳) اگر یک خط بر یکی از چند خط موازی عمود باشد، بر سایر خط‌ها نیز عمود است. در

شکل زیر، خطوط a ، b و c موازی اند و خط d بر خط a عمود است، پس نتیجه می‌گیریم

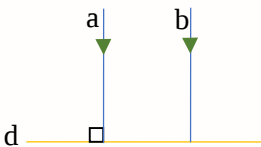


$$\left. \begin{array}{l} a \parallel b \parallel c \\ d \perp a \end{array} \right\} \Rightarrow \begin{array}{l} d \perp c \\ d \perp b \end{array}$$

(۴) اگر دو خط موازی داشته باشیم و یکی از آن‌ها بر خطی مثل d عمود باشد، آن گاه

خط دیگر هم بر d عمود است. در شکل زیر، خط‌های a و b موازی هستند و خط a بر d

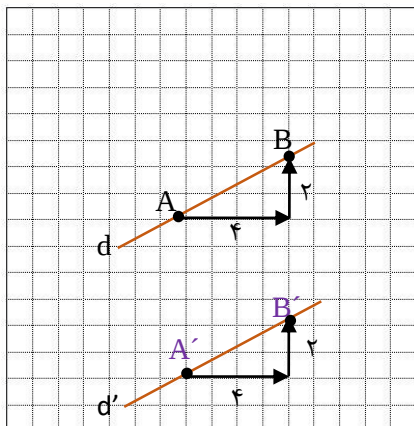
عمود است، پس نتیجه می‌گیریم که b هم بر d عمود است.



$$\left. \begin{array}{l} a \parallel b \\ a \perp d \end{array} \right\} \Rightarrow b \perp d$$

روش رسم دو خط موازی در صفحه شطرنجی

۱. با استفاده از حرکت

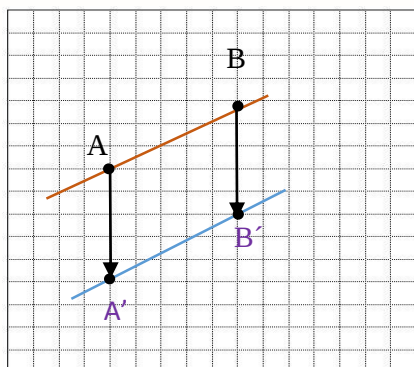


دو نقطه ی دلخواه A و B را روی خط d انتخاب و حرکت هایی را که باید انجام دهیم تا از A به B برسیم مشخص می کنیم. سپس نقطه ی A' را روی صفحه به دلخواه مشخص می کنیم و حرکت های رسیدن از نقطه A به

B را روی آن انجام می دهیم تا نقطه B' به دست آید. نقاط A' و B' را به هم وصل می

کنیم و امتداد می دهیم تا خط d' حاصل شود. به این ترتیب $d' \parallel d$ رسم می شود.

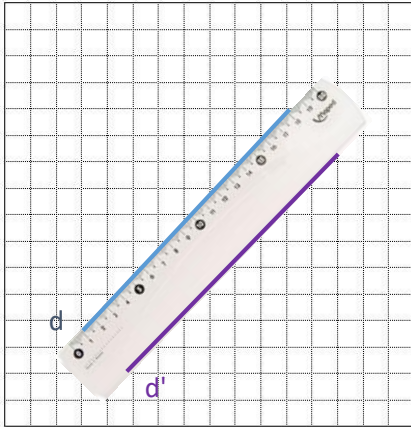
۲. با استفاده از انتقال



دو نقطه ی دلخواه A و B را روی خط d انتخاب می کنیم و آنها را با دو بردار مساوی دلخواه انتقال می دهیم تا نقاط A' و B' حاصل شود. این دو نقطه را به هم وصل می کنیم و امتداد می دهیم تا خط d' رسم شود. به این

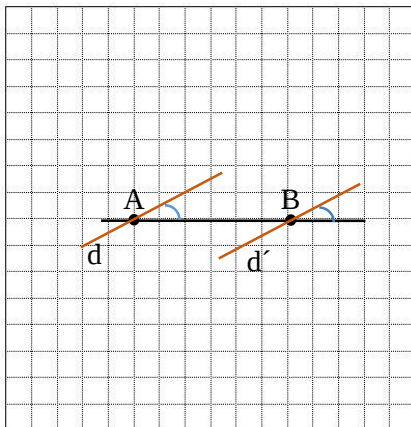
ترتیب $d' \parallel d$ رسم می شود.

۳. با استفاده از خط کش (خط کش مستطیلی)



طول خط کش را بر خط d منطبق می کنیم و از طرف دیگر خط کش، خط d' را رسم می کنیم. به این ترتیب $d' \parallel d$ رسم می شود، زیرا طبق خواص مستطیل، طول ها با هم موازی هستند.

۴. با تشکیل دو زاویه مساوی



بر روی خط d نقطه A را انتخاب و از آن خطی با زاویه ی دلخواه رسم می کنیم. روی خط رسم شده نقطه B را انتخاب کرده و زاویه ای مساوی با $\hat{A}$ از آن خارج می کنیم. به این ترتیب $d' \parallel d$ رسم می شود.

چهار ضلعی ها

✓ متوازی الاضلاع

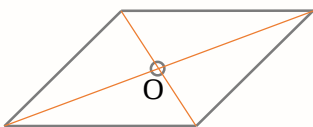
تعریف: چهارضلعی که ضلع های روبه روی آن دو به دو با هم موازی اند متوازی الاضلاع

نام دارد.

خواص متوازی الاضلاع:

اگر یک متوازی الاضلاع را 180° درجه حول مرکز تقارنش دوران دهیم بر خودش منطبق

و خواص زیر نتیجه می شود:



۱. زاویه های روبه رو مساوی اند.

۲. ضلع های روبه رو مساوی اند.

۳. قطرهای یک دیگر را نصف می کنند و محل برخورد آنها مرکز تقارن شکل است.

۴. دو قطر نیمساز زاویه ها هستند.

۵. زاویه های مجاور مکمل یکدیگرند.

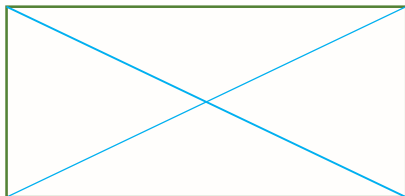
مکعبه

در هر متوازی الاضلاع، محل برخورد قطرهای، مرکز تقارن شکل است.

✓ مستطیل

تعریف: مستطیل متوازی الاضلاعی است که زاویه های قائمه دارد.

خواص مستطیل:



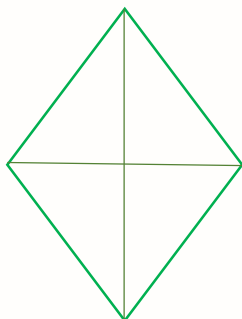
۱. چهار زاویه قائمه دارد.

۲. دو قطر با هم مساوی اند.

✓ لوزی

تعریف: لوزی متوازی الاضلاعی است که چهار ضلع آن برابرند.

خواص لوزی:



۱. چهار ضلع با هم مساوی اند.

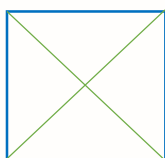
۲. دو قطر بر هم عمودند.

۳. قطرهای محور تقارن اند.

✓ مربع

تعریف: مربع متوازی الاضلاعی است که چهار ضلع مساوی و زاویه های قائمه دارد.

خواص مربع:



۱. قطرهای با هم مساوی و بر هم عمودند.

۲. قطرهای محور تقارن اند.

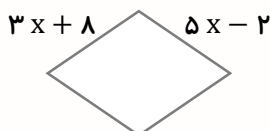
نکته‌ها

- از آنجا که مستطیل، مربع و لوزی، متوازی الاضلاع هستند پس تمام خواص متوازی الاضلاع را نیز دارند که در اینجا از ذکر مجدد آنها خودداری کردیم.
- در مربع قطرهای عمود منصف یکدیگرند.

مثال

در لوزی مقابل، مقدار x چه قدر است؟

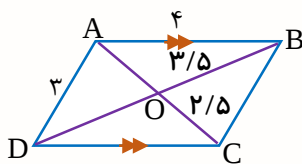
پاسخ: در لوزی، ضلع‌ها با هم مساوی اند.



$$3x + 8 = 5x - 2 \Rightarrow 3x - 5x = -2 - 8 \Rightarrow -2x = -10 \Rightarrow x = \frac{-10}{-2} = 5$$

مثال

در شکل زیر اندازه‌های خواسته شده را بنویسید.



$$\overline{CD} =$$

$$\overline{BD} =$$

$$\overline{CB} =$$

$$\overline{OA} =$$

پاسخ:

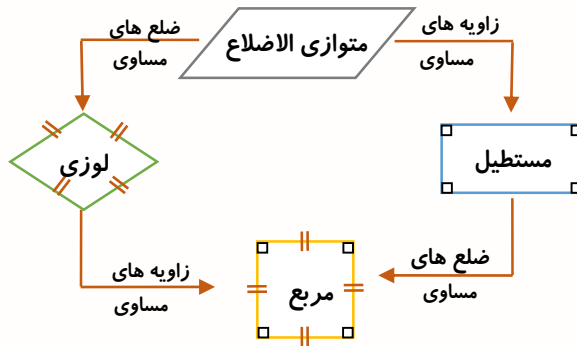
$$\overline{CD} = 4$$

$$\overline{BD} = 2 \times 3/5 = 7$$

$$\overline{CB} = 3$$

$$\overline{OA} = 2/5$$

توجه: بخشی از مطالبی که در این بخش آموختیم به طور خلاصه در نمودار زیر آورده



شده است.

✓ دوزنقه

تعریف: دوزنقه چهارضلعی است که فقط دو ضلع آن با هم موازی هستند و دو ضلع دیگر

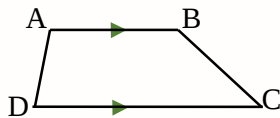
با هم موازی نیستند که به آن ها ساق می گویند.



توجه: در دوزنقه، قطر ها هم دیگر را نصف نمی کنند و زاویه های روبه رو با هم مساوی

نیستند. در دوزنقه، فقط زاویه ی پایینی و بالایی ساق ها با هم مکمل هستند، اما زاویه های

پایینی ساق ها یا بالایی ساق ها، با هم مکمل نیستند.



$$\hat{A} + \hat{D} = 180^\circ$$

$$\hat{A} + \hat{B} \neq 180^\circ$$

$$\hat{B} + \hat{C} = 180^\circ$$

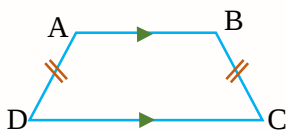
$$\hat{D} + \hat{C} \neq 180^\circ$$

$$\hat{B} \neq \hat{D}$$

$$\hat{A} \neq \hat{C}$$

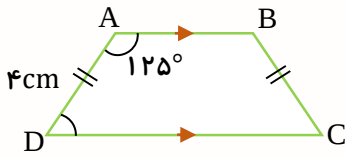
نکته: اگر ساق های دوزنقه مساوی باشند، زاویه های پایینی ساق ها با هم و زاویه های

بالایی ساق ها نیز با هم برابرند، به چنین دوزنقه ای، دوزنقه متساوی الساقین می گویند.



$$AD = BC \Rightarrow \begin{cases} \hat{A} = \hat{B} \\ \hat{D} = \hat{C} \end{cases}$$

مثال



در شکل زیر اندازه ضلع $\overline{BC}$ و زاویه $\widehat{D}$ را بدست آورید.

پاسخ: در دوزنقه ی متساوی الساقین دو ساق با هم مساوی اند، پس: $\overline{BC} = 4\text{cm}$

در دوزنقه زاویه های پایینی و بالایی ساق ها مکمل یکدیگرند، بنابراین:

$$\widehat{D} = 180^\circ - 125^\circ = 55^\circ$$

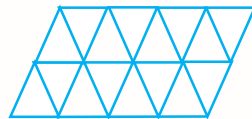
✓ کاشی کاری

در کاشی کاری، کاشی ها را طوری کنار هم قرار می دهند که روی هم نیفتند و جای

خالی بین آن ها نباشد.

نکته

۱. کاشی کاری می تواند با یک یا چند کاشی انجام پذیرد.



کاشی کاری با یک نوع کاشی

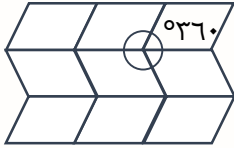


کاشی کاری با دو نوع کاشی

۲. با مثلث متساوی الاضلاع، مربع و شش ضلعی منتظم می توان هر سطحی را کاشی کاری

کرد.

۳. اگر اندازه ی مجموع زاویه ها، در محل تلاقی رأس های کاشی ها 360° شود کاشی



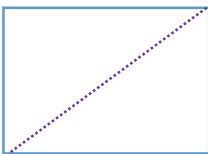
کاری صورت می گیرد.

زاویه های داخلی

تعریف: زاویه هایی که درون یک چند ضلعی قرار دارند، زاویه های داخلی آن چند ضلعی نامیده می شوند.

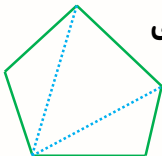
یادآوری: مجموع زوایای داخلی هر مثلث 180° درجه است.

مجموع زاویه های داخلی دو مثلث = مجموع زاویه های داخلی چهار ضلعی



$$360^\circ = 2 \times 180^\circ = \text{مجموع زاویه های داخلی چهار ضلعی}$$

مجموع زاویه های داخلی سه مثلث = مجموع زاویه های داخلی پنج ضلعی



$$540^\circ = 3 \times 180^\circ = \text{مجموع زاویه های داخلی پنج ضلعی}$$

می توانیم این روش را برای هر چند ضلعی به کاربریم تا بتوانیم مجموع زوایای داخلی آن را بدست آوریم. به نکته زیر دقت کنید.

نکته

همواره تعداد مثلث هایی که در یک چندضلعی ایجاد می شود، از تعداد ضلع های شکل، ۲ تا کم تر است؛ مثلاً در ۵ ضلعی، ۳ مثلث و در ۶ ضلعی، ۴ مثلث ایجاد می شود. پس برای هر شکل، جمع زاویه های داخلی از رابطه ی زیر به دست می آید:

$$(۲ - \text{تعداد ضلع ها}) \times ۱۸۰^\circ = \text{تعداد مثلث ها} \times ۱۸۰^\circ = \text{جمع زاویه های داخلی}$$

نکته

ضلعی منتظم از رابطه ی روبه رو به دست می آید: n اندازه ی هر زاویه ی داخلی

$$\frac{(n-2) \times ۱۸۰^\circ}{n}$$

مثال

مجموع زاویه های داخلی ۷ ضلعی را به دست آورید.

پاسخ:

$$\text{مجموع زاویه های داخلی } n \text{ ضلعی} = (n - 2) \times ۱۸۰^\circ$$

$$\text{مجموع زاویه های داخلی } ۷ \text{ ضلعی} = (۷ - 2) \times ۱۸۰^\circ = ۹۰۰^\circ$$

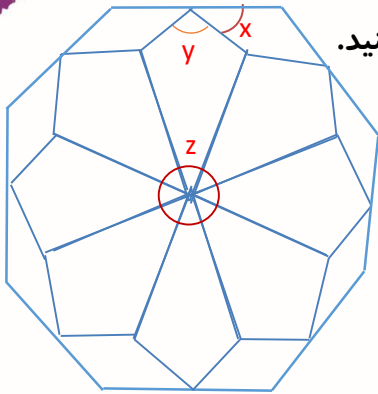
مثال

اندازه ی هر زاویه ی داخلی ۱۰ ضلعی منتظم را به دست آورید.

پاسخ:

$$\text{اندازه ی هر زاویه ی داخلی } n \text{ ضلعی منتظم} = \frac{(n - 2) \times ۱۸۰^\circ}{n}$$

$$\text{اندازه ی هر زاویه ی داخلی } ۱۰ \text{ ضلعی منتظم} = \frac{(۱۰ - 2) \times ۱۸۰^\circ}{۱۰} = ۱۴۴^\circ$$



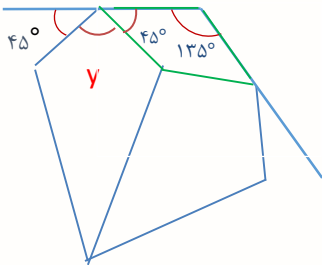
در کاشی کاری زیر، اندازه ی زاویه های x ، y و z را مشخص کنید.

پاسخ: شکل بزرگ، یک ۸ ضلعی منتظم است که اندازه ی هر زاویه ی آن 135° می شود:

$$\text{اندازه ی هر زاویه ی داخلی ۸ ضلعی منتظم} = \frac{(8 - 2) \times 180^\circ}{8} = 135^\circ$$

در لوزی های کوچک، (که در شکل زیر یکی از آنها با رنگ سبز مشخص شده است) جمع زاویه ی تند و باز باید 180° شود، پس زاویه های تند، هر کدام $135 - 180 = 45^\circ$ درجه یعنی 45° است. پس $\hat{x} = 45^\circ$. به این صورت، زاویه ی y در شکل باید 90° باشد،

زیرا سه زاویه ی کنار هم، زاویه ی 180° می سازند.



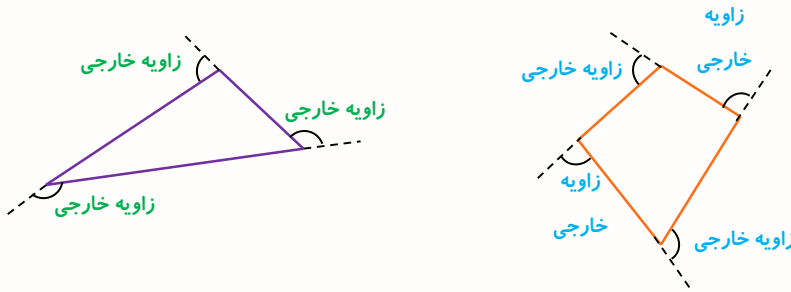
$$y = 180^\circ - (45^\circ + 45^\circ) = 90^\circ$$

در مرکز شکل، یک دایره ساخته می شود (360°) که ۸ زاویه به اندازه ی $\hat{z}$ در آن وجود

دارد، پس $\hat{z} = 360^\circ \div 8 = 45^\circ$ است.

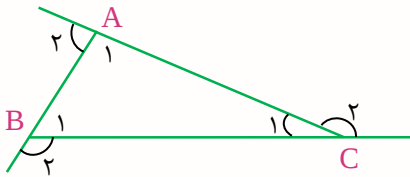
زاویه های خارجی

تعریف: زاویه ای که در هر راس یک چند ضلعی محدب، بین یک ضلع و امتداد ضلع دیگر تشکیل می شود، زاویه خارجی آن راس نامیده می شود.



مثال

در شکل مقابل:



$\hat{A}_2$ زاویه ی خارجی $\hat{A}_1$ است .

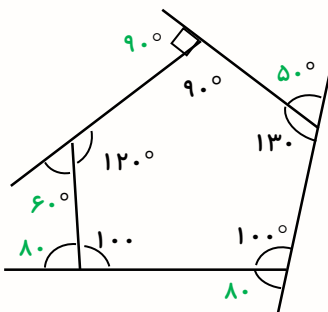
$\hat{B}_2$ زاویه ی خارجی $\hat{B}_1$ است .

$\hat{C}_2$ زاویه ی خارجی $\hat{C}_1$ است .

نکته

در هر شکل محدب (تعداد ضلع مهم نیست) جمع زاویه های خارجی، همواره 360° است.

به عنوان نمونه به مجموع زوایای خارجی شکل زیر دقت کنید:



$$90^\circ + 60^\circ + 80^\circ + 80^\circ + 50^\circ = 360^\circ$$

نکته

در شکل های منتظم، همه ی زاویه های خارجی، با هم مساوی هستند، بنابراین برای محاسبه ی اندازه یک زاویه ی خارجی، کافی است 360° را بر تعداد زاویه های خارجی تقسیم کنیم.

مثال

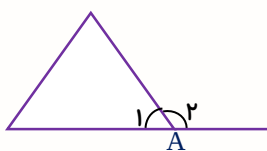
اندازه ی هر زاویه ی خارجی یک ۱۵ ضلعی منتظم، چند درجه است؟

پاسخ: چون جمع زاویه های خارجی هر شکل، 360° است و در شکل منتظم همه ی آن ها با هم برابرند، پس در ۱۵ ضلعی منتظم، هر زاویه ی خارجی، $360^\circ \div 15 = 24^\circ$ است.

نکته

در هر شکل، جمع یک زاویه ی خارجی و یک زاویه ی داخلی آن، 180° است. به عنوان

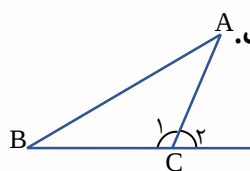
نمونه در شکل زیر:



$$A_1 + A_2 = 180^\circ$$

نکته

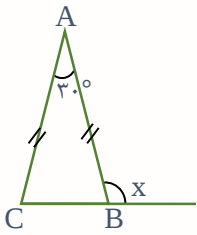
در هر مثلث دلخواه، اندازه یک زاویه ی خارجی، برابر است با مجموع دو زاویه داخلی



غیر مجاور آن (دو زاویه داخلی دیگر که در کنارش قرار ندارند) است.

$$\left. \begin{array}{l} A + B + C_1 = 180^\circ \\ C_2 + C_1 = 180^\circ \end{array} \right\} \Rightarrow A + B = C_2$$

مثال



مثال ABC متساوی الساقین است. مقدار x را به دست آورید.

پاسخ:

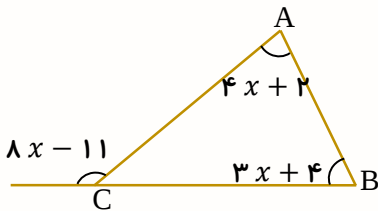
$$\hat{A} = 30^\circ \Rightarrow \hat{C} = \hat{B} = \frac{180^\circ - 30^\circ}{2} = 75^\circ$$

$$\hat{x} = 180^\circ - 75^\circ = 105^\circ$$

یا به روش دیگر

$$\hat{x} = \hat{C} + \hat{A} = 30^\circ + 75^\circ = 105^\circ$$

مثال: در مثلث ABC زاویه B چند درجه است؟



پاسخ:

$$\hat{A} + \hat{B} = \hat{C} \quad \text{خارجی}$$

$$4x + 2 + 3x + 4 = 8x - 11$$

$$7x + 6 = 8x - 11$$

$$6 + 11 = 8x - 7x$$

$$17 = x$$

$$\hat{B} = 3 \times 17 + 4 = 55^\circ$$